

pompe di calore in serie

P.M.BORIA

INTRODUZIONE

Per l'adozione di pompe di calore negli impianti di riscaldamento è necessario considerare parametri economici che si possono essenzialmente riassumere così:

- 1) Tasso di ritorno dell'investimento (Return of Investment, ROI) espresso in percentuale annua;
- 2) Risparmio netto annuale (Net Cash Flow, NCF), espresso in lire/anno;
- 3) Periodo di recupero del capitale investito per mezzo del risparmio di energia (Pay-Back Period on Energy Savings, PBP), espresso in anni;
- 4) Risparmio annuale di combustibile fossile in TEP/annue.

Per giungere ad una valutazione di tali parametri è necessario partire dalla conoscenza di parecchi dati quasi tutti di natura prettamente economica (costi per unità di energia, tasso di inflazione ecc.).

Tra quelli di natura tecnica (e che sono essenzialmente: rendimenti dei vari sistemi dipendenti dall'isolamento termico e/o da altri fattori migliorabili, vita utile dell'impianto, incidenza della manutenzione) determinante importanza assume il valore del COP (Coefficient of Performance) così definito:

$$\text{COP} = \frac{Q + P}{P} \quad (1)$$

dove Q è il calore prelevato alla sorgente a mino-

re temperatura e P è l'equivalente termico del lavoro introdotto nel ciclo.

È noto che, per le proprietà del ciclo di Carnot applicato alle pompe di calore, il COP diventa poco interessante quando la differenza di temperatura, tra gli estremi del ciclo, supera i 40 K (differenza indicata dagli anglosassoni con "lift").

In questo caso si può ricorrere all'adozione di due p.d.c. in serie assumendo lo schema riportato in figura 1 suddividendo il lift.

In base alla definizione (1) il COP risulta adimensionale e, per analogia, conviene assumere anche l'effetto frigorifero EER (Energy Efficiency Ratio) come rapporto tra unità omogenee, ottenendo una elegante relazione tra i due.

Infatti, con riferimento alla figura 2, si ha:

$$\text{EER} = \frac{h_A - h_C}{h_B - h_A};$$

$$\text{COP} = \frac{h_B - h_C}{h_B - h_A} = \frac{h_A - h_C + h_B - h_A}{h_B - h_A}$$

e quindi

$$\text{COP} = \text{EER} + 1$$

L'unità sommata ad EER corrisponde fisicamente al contributo Joule del lavoro introdotto nel ciclo.

CASO DI DUE POMPE IN SERIE

Lo schema funzionale è riportato in figura 1.

Indichiamo con P_1 e P_2 rispettivamente le potenze introdotte dalle due pompe di calore e con Q_1 la potenza prelevata al primo fluido.

Nel fluido intermedio risulta, così, disponibile una potenza

$$Q_2 = Q_1 + P_1$$

ed al fluido finale sarà disponibile una potenza

$$Q = Q_1 + P_1 + P_2.$$

Ricordando la (1) il COP totale sarà:

$$\text{COP} = \frac{Q}{P_1 + P_2} = \frac{Q_1 + P_1 + P_2}{P_1 + P_2} \quad (2)$$

Poiché dalla (1) si ottiene

$$Q = (\text{COP} - 1) P \quad \text{e} \quad P \cdot \text{COP} = Q + P,$$

si ha, con ovvio significato dei simboli (peraltro deducibili in fig. 1):

$$P_2 = \frac{Q_2}{COP_2 - 1} = \frac{Q_1 + P_1}{COP_2 - 1} = \frac{P_1 \cdot COP_1}{COP_2 - 1}$$

mentre la (2) diventa:

$$COP_T = \frac{P_1 \cdot COP_1 + \frac{P_1 \cdot COP_1}{COP_2 - 1}}{P_1 + \frac{P_1 \cdot COP_1}{COP_2 - 1}}$$

Semplificando si ottiene infine

$$COP_T = \frac{COP_1 \cdot COP_2}{COP_1 + COP_2 - 1} \quad (4)$$

Ricordando che si ha sempre $COP \geq 1$ si possono osservare i seguenti due casi particolari:

a) se $COP_1 = COP_2 = COP$,

allora

$$COP_T = \frac{COP^2}{2COP - 1} \quad (5)$$

b) se $COP_1 = COP_2 = 1$

$$COP_T = 1.$$

OTTIMIZZAZIONE DEI COP

Nella (4), che riscriviamo per comodità ponendo $COP_T = Z$, $COP_1 = X$ e $COP_2 = Y$:

$$Z = \frac{XY}{X + Y - 1} \quad (6)$$

vediamo che è conveniente scegliere X e Y in modo che la loro somma sia minima ed il loro prodotto sia massimo (essendo $X \geq 1$; $Y \geq 1$).

Al fine di ottimizzare il rapporto tra i COP assumiamo un valore fisso per la somma:

$$S = X + Y.$$

Il prodotto risulterà quindi

$$P = X \cdot Y = X(S - X) = SX - X^2.$$

La derivata prima è

$$P' = S - 2X,$$

che, posta uguale a zero, fornisce:

$$X = \frac{S}{2}, \text{ ovvero } X = Y.$$

Si tratta, come si può immediatamente verificare, di un massimo (infatti $P'' < 0$ sempre).

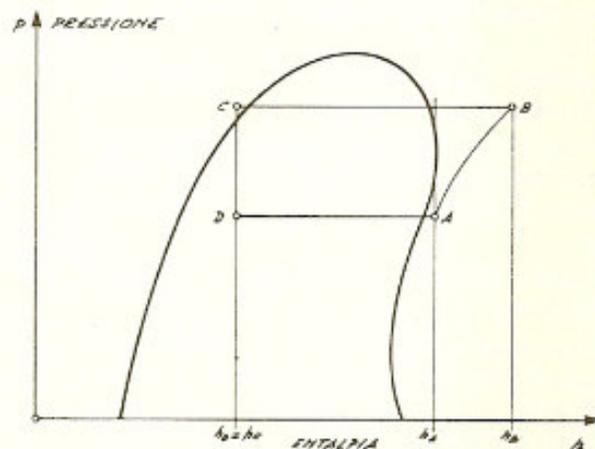


FIGURA 2

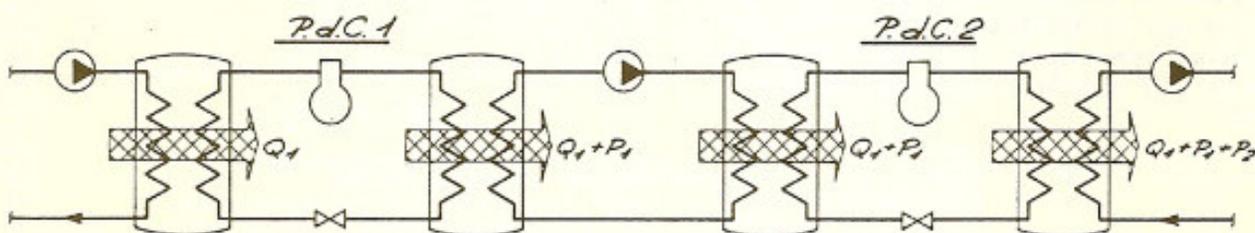


FIGURA 1

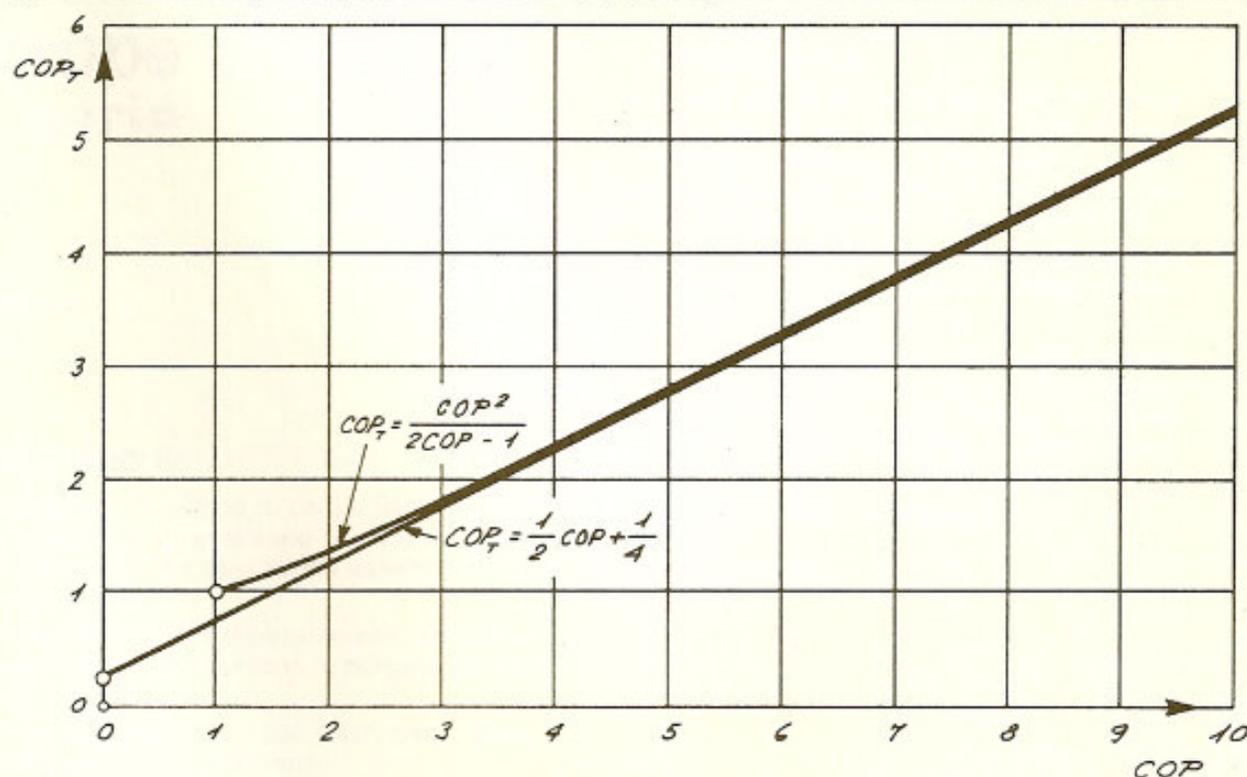


FIGURA 3

Si ha quindi un primo orientamento: i due COP devono essere uguali per avere il massimo COP_T ed in questo caso un'altra osservazione importante può essere fatta sulla (6): essa ammette l'asintoto $Y = 1/2 X + 1/4$ e, come si vede nella figura 3, la differenza tra la stessa funzione in termini di COP (5) e l'asintoto diventa subito così piccola che in pratica si può ritenere

$$COP_T = \frac{COP}{2} + 0,25 \quad (7)$$

Ad esempio, applicando la (5) al caso $COP = 5$ si ha $COP_T = 2,7$ mentre applicando la (7) si ottiene $COP_T = 2,75$: la differenza tra i due valori è così

piccola (0,7%) che la (7) può essere applicata in tutti i casi pratici.

CONCLUSIONE

Adottando due pompe di calore in serie è opportuno sceglierle in modo da realizzare due COP identici.

Il COP_T risultante è, in tal caso, praticamente poco superiore alla metà di ciascuno dei COP.

In ogni caso è valida la (4) mentre nel caso di COP identici si può usare la (5) oppure la (7) che è più facile memorizzare e fornisce risultati sufficientemente attendibili almeno quando si affrontano i problemi in prima approssimazione.